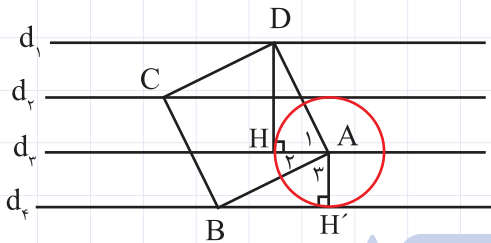


فاطمه معین‌الدینی • جلال سرحدی • حسین کریمی

سیم‌های موازی برق، مربع تولید می‌کنند!

رسم مربعی که رأس‌های آن بر خط‌های موازی واقع باشند

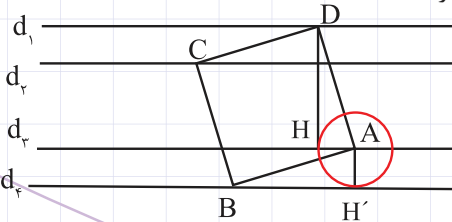
مقدمه: در شماره ۴ مجله: دی ماه ۹۹ دیدیم که چگونه بچه‌های روستای حسن آباد مسئله رسم مربعی که رأس‌های آن بر سیم‌های برق موازی واقع باشند، را حل کردند. و اما ادامه ماجرای بازی بچه‌ها در زمین چمن روستای حسن آباد و مسئله‌های جدید ... همگی رسیدند به دم در منزل آقا معلم. آقا معلم از بچه‌ها تشکر کرد و گفت: «چند لحظه منتظر باشید.» بعد از چند دقیقه معلم برگشت و از جیبش چند شکلات در آورد و به بچه‌ها داد. سپس چند کاغذ که روی هر یک از آن‌ها مسئله‌ای نوشته شده بود، برای بچه‌ها خواند و گفت: «اگر دوست دارید، روی این‌ها فکر کنید. بگیرید و ببرید و بعد حلش را برایم بیاورید.»



شکل ۱

از D به موازات AB رسم می‌کنیم تا d_4 را در C قطع کند. ABCD مربع مورد نظر است.

یوسف مسئله خودش را، یعنی: «اگر فاصله دو خط اول برابر با فاصله دو خط آخر در آن خطوط موازی باشد و نقطه A روی خط سوم، به کمک دایره، مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌ها و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشد»، بعد از کمی فکر، به صورت زیر حل کرد:



شکل ۲

دایره‌ای به مرکز A واقع بر d_3 چنان رسم می‌کنیم که مماس بر d_4 در نقطه H' باشد و نقطه تلاقی آن را با d_2 H می‌نامیم (شکل ۲). از H مماسی بر دایره رسم می‌کنیم تا d_1 را در D قطع کند. عمود رسم شده از A بر d_4 را در نقطه B قطع می‌کند. از D به موازات AB رسم می‌کنیم تا با d_4 در C متقاطع شود. مربع ABCD به دست می‌آید.

یوسف در ادامه نوشت:

مسئله اول: اگر چهار خط به یک فاصله از هم باشند و نقطه A روی خط سوم، به کمک دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.

مسئله دوم: اگر فاصله دو خط اول برابر با فاصله دو خط آخر در آن خط‌های موازی باشد و نقطه A روی خط سوم، به کمک دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.

مسئله سوم: اگر چهار خط به یک فاصله از هم باشند و نقطه A روی خط سوم، بدون استفاده از دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.

مسئله چهارم: اگر فاصله دو خط اول برابر با فاصله دو خط آخر در آن خط‌های موازی باشد و نقطه A روی خط سوم، بدون استفاده از دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد، و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.

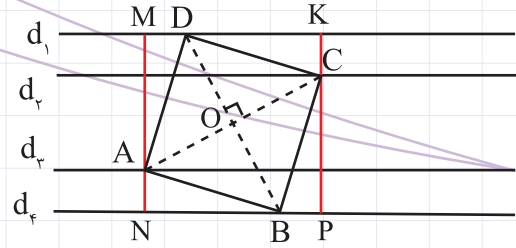
مسئله اول را علی، مسئله دوم را یوسف، مسئله سوم را ناصر، و مسئله چهارم را رضا برعهده گرفتند و همگی رفتند.

علی روی مسئله خودش، یعنی: «اگر چهار خط به یک فاصله از هم باشند و نقطه A روی خط سوم، به کمک دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند»، خیلی فکر کرد، ولی نتوانست آن را به سرانجام برساند. از خواهرش، هستی کمک گرفت و او هم مسئله را به صورت زیر حل کرد:

هستی گفت: دایره‌ای به مرکز A و مماس بر d_4 رسم می‌کنیم تا d_2 را در H قطع کند و بر d_4 در H' مماس باشد (شکل ۱). از H مماسی بر دایره رسم می‌کنیم تا d_1 را در D قطع کند. از A هم عمودی بر AD رسم می‌کنیم تا d_4 را در B قطع کند. حالا: $AB=AD$ ، چون:

$$\left. \begin{aligned} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ AH = AH' = \text{شعاع دایره} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (هر دو متمم } A_2 \text{ هستند)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ADH = \triangle ABH' \Rightarrow AB = AD$$

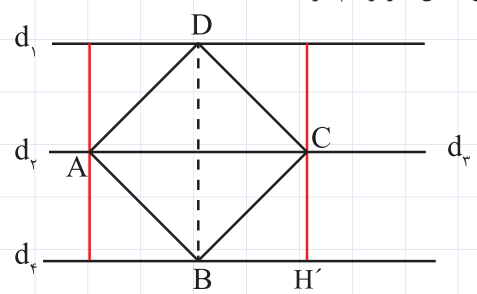
رضا نیز مانند علی و ناصر از عهده حل مسئله چهارم که در اختیار او قرار داده شده بود، برنیامد. از این رو مسئله خود را با برادرش جلال در میان گذاشت. مسئله رضا از این قرار بود: «اگر فاصله دو خط اول برابر با فاصله دو خط آخر در آن خط‌های موازی باشد و نقطه A روی خط سوم، بدون استفاده از دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.»



شکل ۶

استدلال جلال مشابه همان راه حل فاطمه (خواهر ناصر) بود. یعنی ابتدا رسم مربع MKPN و سپس رسم AC و عمودمنصف آن (شکل ۶) و ... اما برای رضا دو سؤال پیش آمد که از جلال پرسید.

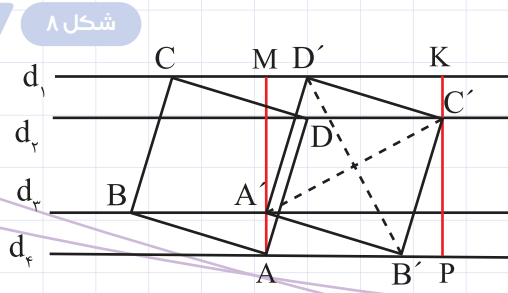
سؤال اول: اگر چهار خط به سه خط موازی تبدیل شوند ($d_1=d_2$)، تکلیف رسم مربع چه خواهد بود؟ جلال شکل ۷ را رسم کرد.



تمرین: استدلال جلال را توضیح دهید.

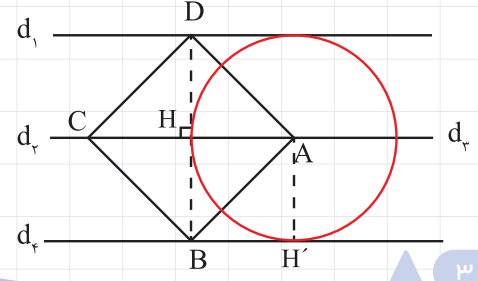
سؤال دوم: اگر A روی خط چهارم با رعایت شرط‌های اولیه مسئله واقع باشد، بدون استفاده از دایره چگونه می‌توان مربع را ساخت؟ جلال گفت: به همان روش اولیه عمل می‌کنیم، با این تفاوت که ابتدا مربع A'B'C'D' و سپس مربع ABCD را رسم می‌کنیم.

تمرین: با توجه به شکل ۸، استدلال جلال را توضیح دهید.



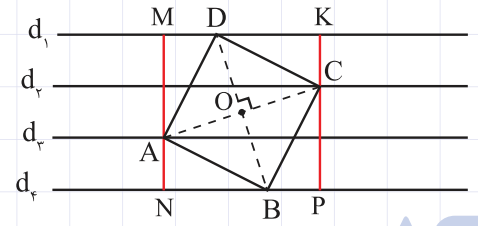
شکل ۸

اگر فاصله d_1 تا d_4 به صفر تبدیل شود و اگر به جای چهار خط موازی، فقط سه خط موازی داشته باشیم، طبق شکل ۳، مربع را به دست می‌آوریم. به عنوان تمرین، استدلال یوسف را در این مورد توضیح دهید.



شکل ۳

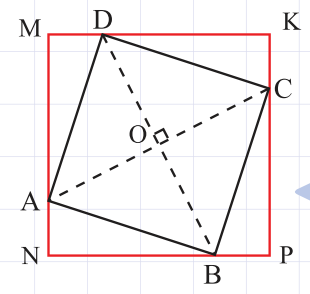
اگر به یاد داشته باشید، مسئله سوم که در اختیار ناصر قرار داده شده بود، عبارت بود از: «اگر چهار خط به یک فاصله از هم باشند و نقطه A روی خط سوم، بدون استفاده از دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.» ناصر نیز مانند علی از عهده حل مسئله برنیامد و او نیز از خواهرش، فاطمه کمک گرفت.



شکل ۴

استدلال فاطمه چنین بود: از نقطه A عمودی بر خط‌های داده شده رسم می‌کنیم تا d_1 را در M و d_4 را در N قطع کند. مربع MKPN را می‌سازیم. از A به نقطه C (محل تلاقی d_2 با KP) خطی رسم می‌کنیم و وسط آن را O می‌نامیم. عمودمنصف AC، d_1 را در D و d_4 را در B قطع می‌کند. مربع ABCD مربع مورد نظر است. (شکل ۴)

تمرین: با توجه به شکل ۵ که در آن MKPN مربع است و $AC=BD$ و $AN=CK$ عمودمنصف AC است، ابتدا ثابت کنید: $AC=BD$ و $OB=OD$ و از آنجا نتیجه بگیرید: مربع ABCD مربع است. (به یاد داشته باشید که نقطه O، وسط AC، همان مرکز مربع MKPN است.)



شکل ۵